

المحاضرة الثالثة

Electric Flux

الفيض الكهربى

مقدمة

مما سبق عرفنا كيفية حساب المجال لتوزيع معين من الشحنات باستخدام قانون كولوم. وهنا سنقدم طريقة أخرى لحساب المجال الكهربى باستخدام "قانون جاوس" الذى يسهل علينا حساب المجال الكهربى لتوزيع متصل من الشحنة على شكل توزيع طولى أو سطحي أو حجمى .

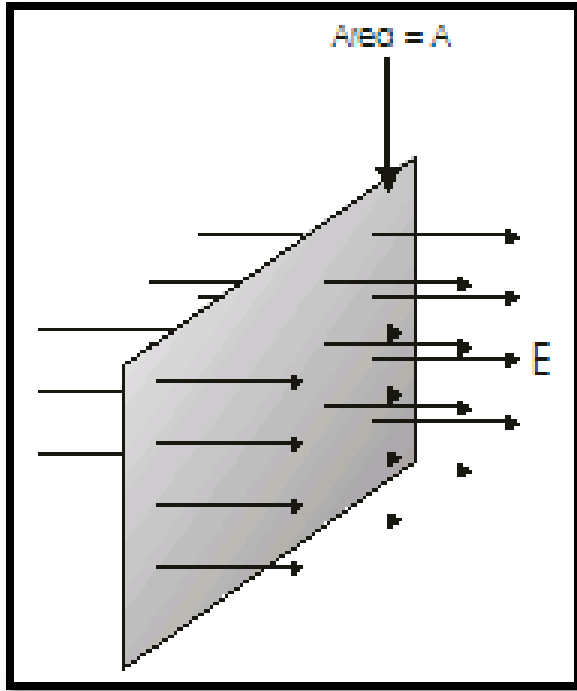
قانون جاوس والفيض الكهربى: Gauss's law and electric fluxield

يعتمد قانون جاوس أساساً على مفهوم التدفق الكهربى الناتج من المجال الكهربى أو الشحنة الكهربائية، ولهذا سنقوم أولاً بحساب التدفق الكهربى الناتج عن المجال الكهربى، وثانياً سنقوم بحساب التدفق الكهربى الناتج عن شحنة كهربية، ومن ثم سنقوم بإيجاد قانون جاوس واستخدامه فى بعض التطبيقات الهامة فى مجال الكهربية الساكنة.

الفيض الكهربى الناشئ عن المجال الكهربى

The Electric Flux due to an Electric Field

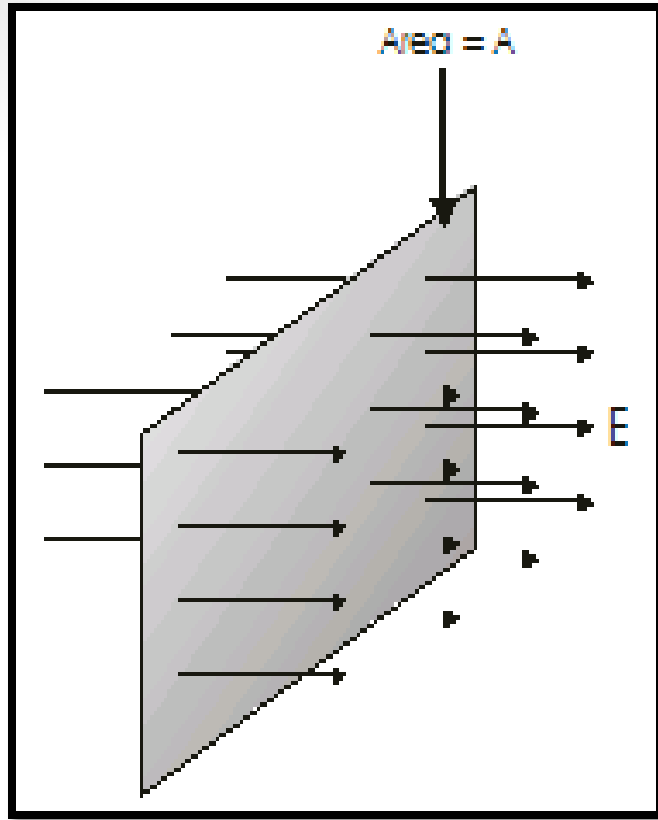
كما بينا سابقا أنه يمكن استخدام خطوط القوى لمعرفة اتجاه المجال الكهربى وخطوط القوى تكون خطوط وهمية ترسم بطريقة ما بحيث يكون اتجاهها عند أى نقطة هو نفس اتجاه المجال الكهربى عند هذه النقطة. ولذا لا يمكن ان تتقاطع خطوط المجال ، وعليه خط واحد يمر بنقطة واحدة.



وكذلك يمكن استخدام هذه الخطوط لحساب قيمة المجال بمعرفة الفيض الكهربى

فبفرض وجود سطح ما مساحته A فى مجال كهربى E فان العدد الكلى لخطوط القوى المارة و العمودية على هذا السطح تعرف بالفيض الكهربى. إذن :

∴ الفيض الكهربى يعرف بـ : عدد خطوط المجال الكهربى التى تخترق سطح مساحته A .

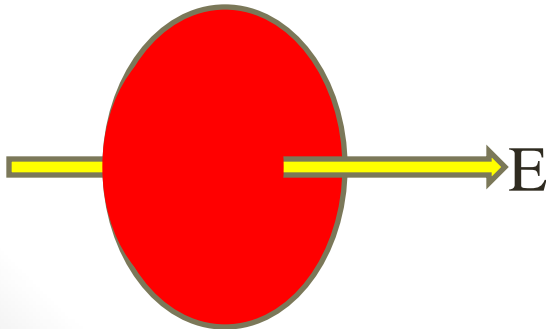


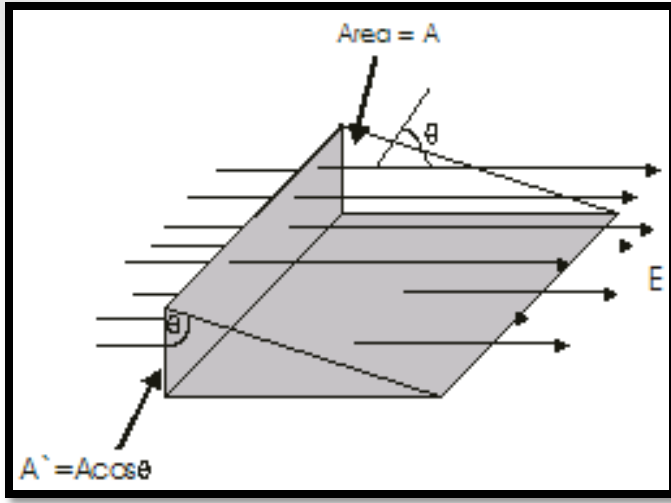
الحالة الأولى: - إذا كان مستوى السطح عموديا على المجال الكهربى:

فان عدد الخطوط لوحدة المساحة تتناسب تناسبا طرديا مع مقدار المجال الكهربى. ولذلك، فعدد الخطوط التى تخترق سطح ذو مساحة A تتناسب تناسبا طرديا مع حاصل ضرب EA . وحاصل ضرب EA العمودى على المجال يسمى بالفيض الكهربى Φ .

الفيض الكهربى (Φ): هو عدد الخطوط القوى الكهربائية المارة عموديا خلال مساحة معينة

$$\Phi = EA$$





الحالة الثانية: إذا كان مستوى السطح مائلاً بزاوية عن المجال الكهربائي

في هذه الحالة عدد الخطوط التي تعبر مساحة من السطح تكون مساوية لعدد الخطوط التي تعبر مسقط المساحة العمودية على المجال. ومن الشكل نلاحظ أن:

$$\vec{A} = A \cos \theta$$

والفيض يعطى بـ:

$$\Phi = E \vec{A} = E \cdot A \cdot \cos \theta$$

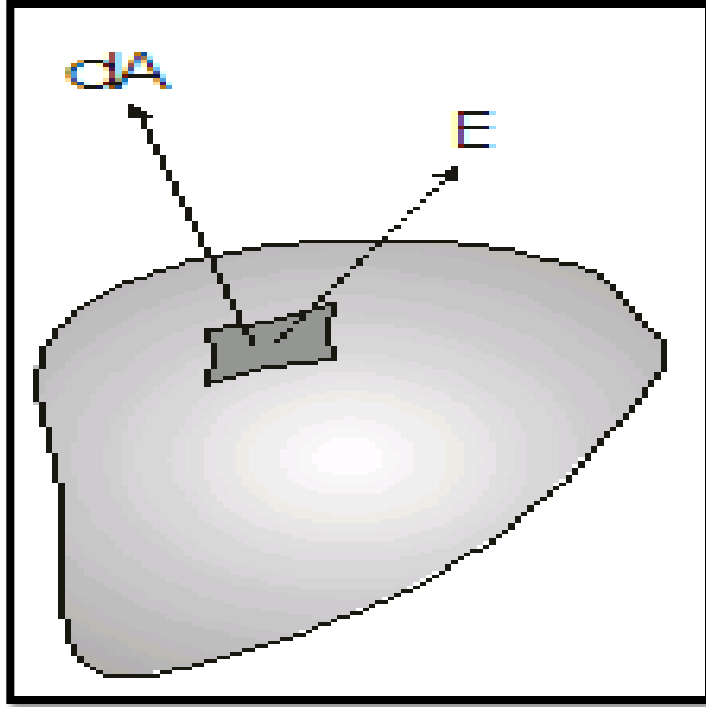
أي عندما يميل السطح بزاوية (θ) على خطوط المجال فإن

$$\Phi = EA \cos \theta = E \cdot A$$

- ١- إذاً يكون الفيض ذا قيمة عظمى عندما يكون السطح عمودياً على المجال أي $\theta = 0$
- ٢- ويكون ذا قيمة صغرى عندما يكون السطح موازياً للمجال أي عندما $\theta = 90$.

الحالة الثالثة: المجال الكهربى على سطح غير منتظم

يمكن حساب الفيض في هذه الحالة بتكامل المركبة العمودية للمجال على السطح



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

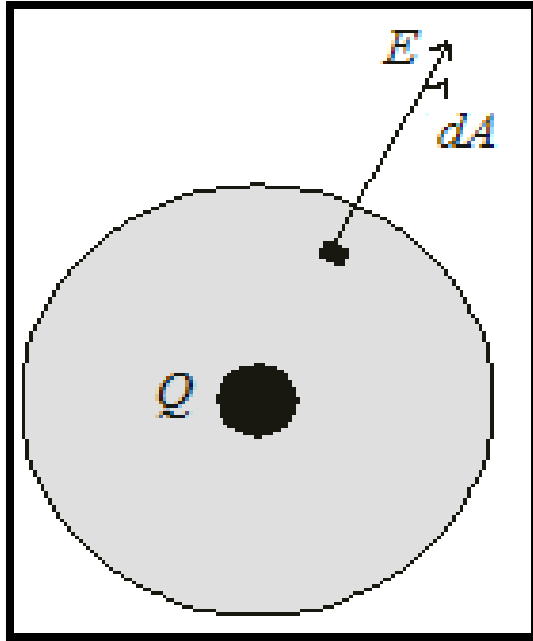
د. شذى الدغفق

والفيض الكلى خلال السطح يتناسب مع محصلة عدد خطوط المجال الخارجة من السطح (على اعتبار الشحنة داخل السطح موجبة) او عدد الخطوط الداخلة إلى السطح (إذا كانت الشحنة سالبة).

الفيض الكهربى نتيجة نقطة مشحونة:

لحساب الفيض الكهربى لنقطة مشحونة : نفرض سطح كروي مغلق وتوجد الشحنة بمركزها كما في الشكل.

هذا السطح يسمى سطح جاوس ولذا فإن الفيض الكهربى يعطى بـ



$$\phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{A} = E \oint dA \cos \theta, \theta = 0$$

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int dA$$

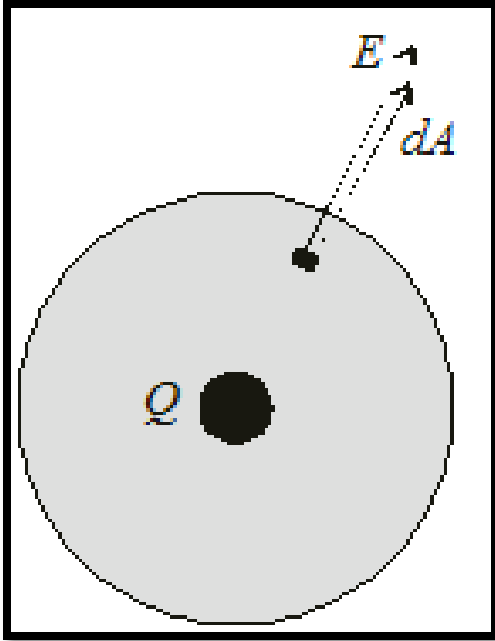
$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2$$

$$= \frac{q}{\epsilon_0}$$

الفيض الكلى خلال سطح جاوس الدائري يتناسب طرديا مع مقدار الشحنة q الموجودة بداخله وعكسيا مع سماحية الفراغ ϵ_0

قانون جاوس

نظرية جاوس من النظريات الهامة جدا والتي تتعلق بتوزيع المجال الكهربى الناتج عن الشحنات . . لأي نقطة مشحونة، أى ان خطوط المجال لاى شحنة q يجب ان تساوى q/ϵ_0 خط فيض قادم من هذه الشحنة. وهذا هو الاساس لقاعدة هامة تعرف بقانون جاوس.



لاحظي هذه الحقائق:

• إذا كانت هناك شحنات $q_1, q_2, q_3, \dots, \dots$ داخل سطح مغلق يسمى سطح جاوس، فإن عدد خطوط الفيض الكلى الناتج عن هذه الشحنات يساوى

$$(q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n)/\epsilon_0$$

وبما ان عدد خطوط الفيض الكهربى لاي سطح مغلق عبارة عن تكامل
المقدار $E dA$ على السطح أي

وبمساواة المعادلتين نحصل على

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

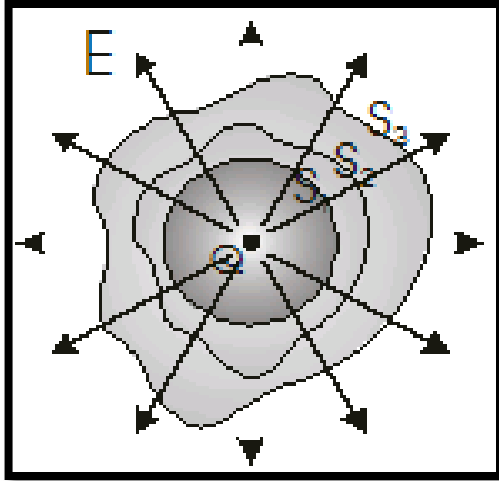
وهذا هو قانون جاوس:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

وينص على أن الفيض الكهربى الكلى خارج من أي سطح مغلق (سطح جاوس) يساوي مجموع الشحنات
الكهربية q_{in} داخل هذا السطح مقسوماً على سماحية الفراغ ϵ_0 .

سطح جاوس

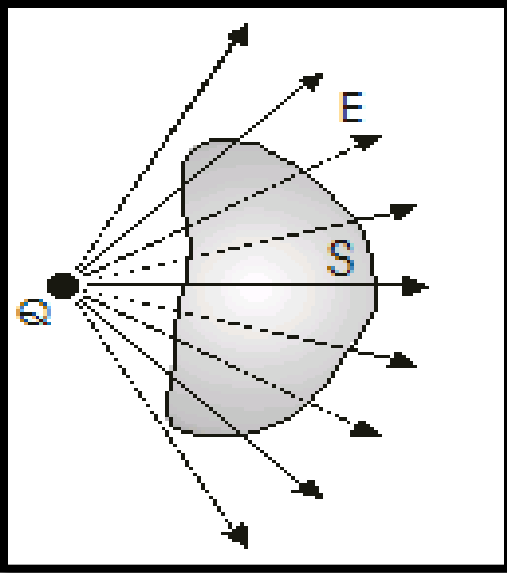
١- اعتبر عدة اسطح مغلقة كما بالشكل وتوجد بداخلها شحنة Q . الفيض الكلى المار خلال هذه الأسطح S_1, S_2, S_3 .



تساوى Q/ϵ_0 . ولذلك:

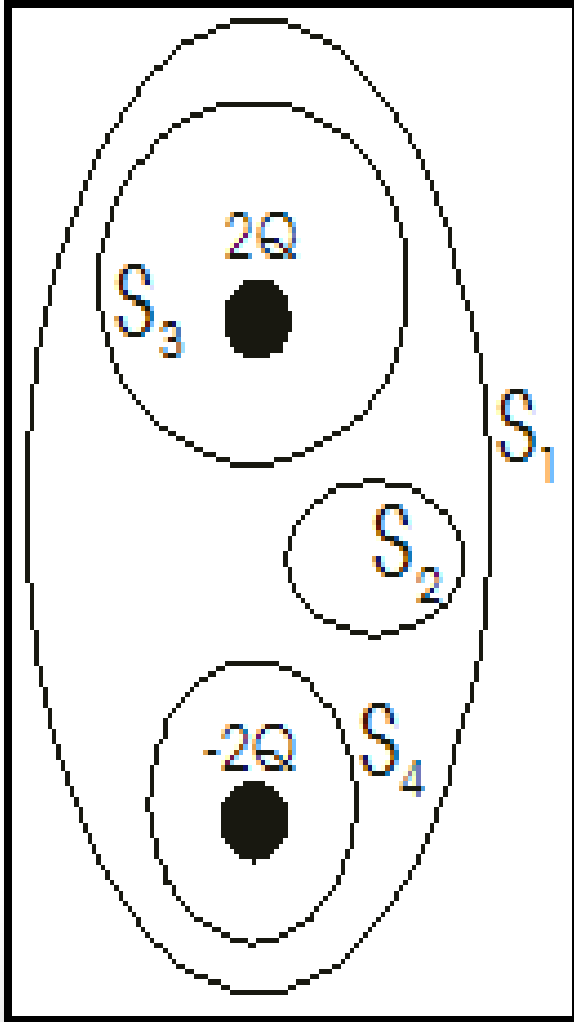
الفيض الكلى خلال أي سطح مغلق لا يعتمد على شكل السطح ، ولا على نصف القطر.

٢- في الشكل إذا تم وضع شحنة خارج سطح مغلق . فنلاحظ أن عدد خطوط المجال الكهربى الداخلى إلى السطح تساوى عدد خطوط المجال الخارجة منه.



ولذلك فالفيض الكلى الناتج فى هذه الحالة يساوى صفر، لأن السطح لا يحيط بالشحنة الكهربائية

شحنتان متساويتان في القيمة ومختلفتان في الإشارة $2Q$ و $-2Q$.
ما هو الفيض Φ للأسطح S_1, S_2, S_3, S_4 ؟

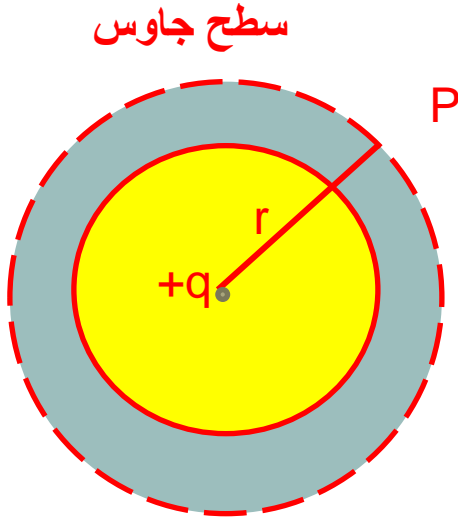


للسطح S_1 الفيض $\Phi = \text{صفر}$
 للسطح S_2 الفيض $\Phi = \text{صفر}$
 للسطح S_3 الفيض $\Phi = +2Q/\epsilon_0$
 للسطح S_4 الفيض $\Phi = -2Q/\epsilon_0$

تطبيقات على قانون جاوس Application of Gauss Law

شدة المجال حول كرة مشحونة:

لحساب شدة المجال عند نقطة **P** خارج كرة. نفرض سطحاً جاوسياً نصف قطره **r** ويمر بالنقطة **P**، مساحة سطحه **A** ويوجد بمركزها الشحنة **+q**.
١- من قانون جاوس

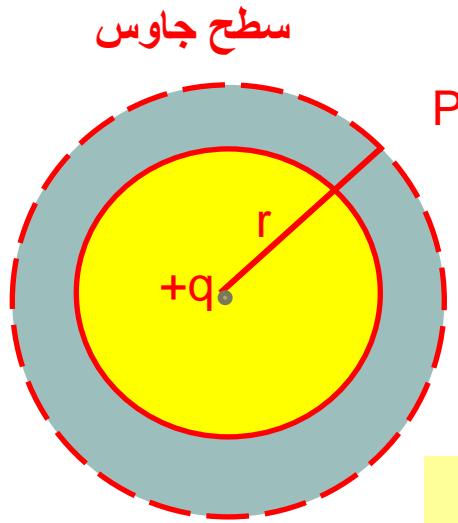


$$\oint E \cos \theta dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

أي أن شدة المجال الكهربائي عند النقطة خارج كرة مشحونة هي نفسها كما لو كانت الشحنة عند المركز.

٢- وحيث ان خطوط القوى تنبعث من سطح الكرة في اتجاه عمودى على سطحها اى تتلاقى عند المركز. كما انها تقطع سطح جاوس فى الاتجاه العمودى:

اذن: $\theta=0$ ومنها $\cos\theta = 1$



$$E \int_0^{4\pi r^2} dA = \frac{q}{\epsilon_0} \longrightarrow EA \Big|_0^{4\pi r^2} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \longrightarrow \therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$